

DÚ 1 - ŘEŠENÍ

1) a) $\sqrt{x} = \underline{x^{\frac{1}{2}}}$

c) $\sqrt[5]{x^3} = \underline{x^{\frac{3}{5}}}$

e) $\frac{2}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{2}{x^{\frac{3}{5}}} = \underline{2 \cdot x^{-\frac{3}{5}}}$

b) $\sqrt[3]{x^5} = \underline{x^{\frac{5}{3}}}$

d) $\frac{1}{\sqrt[4]{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}} = \underline{x^{-\frac{1}{4}}}$

f) $\frac{3\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^7}} = \frac{3x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{7}{3}}} = \underline{3x^{-\frac{2}{3}}}$

$\sqrt[n]{x^a} = (\sqrt[n]{x})^a = x^{\frac{a}{n}}$
$\frac{a}{x^m} = a \cdot x^{-m}$

2) a) $\frac{\sqrt[5]{4 \cdot \sqrt[4]{49}}}{\sqrt{4}} = \frac{(4 \cdot 49^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{5}}}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{4^{\frac{1}{5}} \cdot 49^{\frac{1}{20}}}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{4^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{20}}}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{1}{5} + \frac{1}{15}}}{4^{\frac{1}{2}}} =$

$= \frac{7^{\frac{3+1}{15}}}{4^{\frac{1}{2}}} = 7^{\frac{4}{15} - \frac{1}{2}} = 7^{\frac{8-15}{30}} = \underline{7^{-\frac{7}{30}}}$

b) $\sqrt[6]{\frac{16}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[6]{\frac{2^4}{2^{\frac{1}{2}}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2^3}{2^{\frac{1}{2}}}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = \frac{2^{\frac{4}{6}}}{2^{\frac{1}{12}}} \cdot \frac{2^{\frac{3}{3}}}{2^{\frac{1}{6}}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} =$
 $= \frac{2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{2}{3} + 1 + \frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{12} + \frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{4+6+3}{6}}}{2^{\frac{1+2}{12}}} = \frac{2^{\frac{13}{6}}}{2^{\frac{3}{12}}} = 2^{\frac{13}{6} - \frac{3}{12}} = 2^{\frac{26-3}{12}} = \underline{2^{\frac{23}{12}}}$

$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$	$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$
---------------------------	-----------------------------	---------------------------

3) a) $(-2)^2 + 5 \cdot (-2) - 2 = 4 - 10 - 2 = \underline{-8}$

b) $-(-2)^2 - 3(-2) - 1 = -4 + 6 - 1 = \underline{1}$

$$4) a) x^2 - 2x - 15 \geq 0$$

$$\text{NULOVÉ BODY: } x^2 - 2x - 15 = 0$$

Viětovy vzorce

nebo

Diskriminant

$$(x+a)(x+b)=0$$

$$a+b=-2$$

$$a \cdot b = -15$$

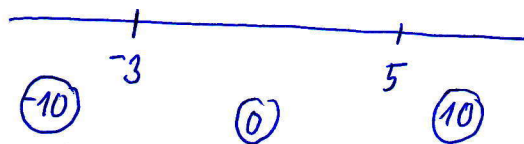
$$(x-5)(x+3)=0$$

$$x_1=5 \quad x_2=-3$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64$$

$$\sqrt{D} = 8$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 8}{2} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{10}{2} = 5 \\ x_2 = -\frac{6}{2} = -3 \end{cases}$$



$$-10: (-10)^2 - 2(-10) - 15 = 100 + 20 - 15 = 105 \quad (+)$$

$$0: 0^2 - 2 \cdot 0 - 15 = -15 \quad (-)$$

$$10: 10^2 - 2 \cdot 10 - 15 = 100 - 20 - 15 = 65 \quad (+)$$

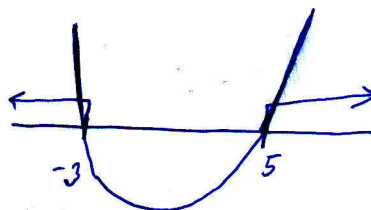


$$\underline{x = (-\infty; -3) \cup (5; \infty)}$$

Druhý způsob vychází přímo z tvaru funkce:

kladné číslo před x^2 $\cup$

záporné číslo před x^2 $\cap$



$$\underline{x = (-\infty; -3) \cup (5; \infty)}$$

Po zakreslení nulových bodů na osu vzniknou 3 intervaly. Z každého vezmeme jedno číslo a dosadíme do zadání.

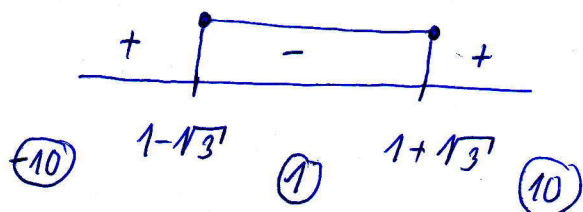
Znaménko bylo ≥ 0 , tzn. vybíráme kladné intervaly, včetně krajních bodů.

$$b) x^2 - 2x - 2 \leq 0$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$D = 4 - 4(-2) = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{2} = 1 \pm \sqrt{3} \quad \begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{3} \\ x_2 = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$



$$\underline{\underline{X = \langle 1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3} \rangle}}$$

$$(-10)^2 - 2 \cdot (-10) - 2 = 100 + 20 - 2 = +118$$

$$1^2 - 2 \cdot 1 - 2 = 1 - 2 - 2 = -3$$

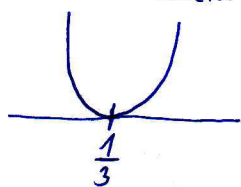
$$10^2 - 2 \cdot 10 - 2 = 100 - 20 - 2 = 78$$

$$c) 9x^2 - 6x + 1 \leq 0$$

$$D = 36 - 36 = 0$$

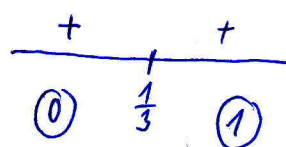
$$x = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

GRAFICKÉ ŘEŠENÍ



$$\underline{\underline{X = \left\{ \frac{1}{3} \right\}}}$$

POČETNÍ ŘEŠENÍ



$$9 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 1 = 9 - 6 + 1 = 4$$

Funkce není nikdy menší než 0 a pouze v jednom bodě se nule rovná.

$$d) x^2 + 2x + 6 < 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 6 = 4 - 24 = -20 \rightarrow \text{Záporný diskriminant} \rightarrow \text{Funkce nemá žádný nulový bod}$$

POČETNÍ ŘEŠENÍ: $\frac{+}{(0)}$

Dosadíme jakékoli číslo

$$0^2 + 2 \cdot 0 + 6 = 6$$

GRAFICKÉ ŘEŠENÍ

Funkce je kladná na celém D $\Rightarrow$ podmínka < 0 není možné splnit.

$X = \emptyset$ znak pro prázdnou množinu

$$5) a) 2 = \log_2 2^2 = \underline{\log_2 4}$$

$$2 = \log 10^2 = \underline{\log 100}$$

$$2 = \underline{\ln e^2}$$

$$b) 0 = \log_2 2^0 = \underline{\log_2 1}$$

$$0 = \log 10^0 = \underline{\log 1}$$

$$0 = \ln e^0 = \underline{\ln 1}$$

$$c) \frac{7\pi}{2} = \underline{\log_2 2^{\frac{7\pi}{2}}}$$

$$\frac{7\pi}{2} = \underline{\log 10^{\frac{7\pi}{2}}}$$

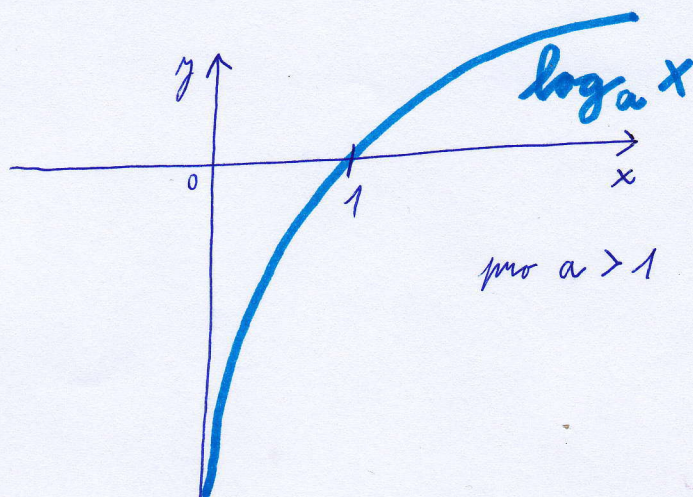
$$\frac{7\pi}{2} = \underline{\ln e^{\frac{7\pi}{2}}}$$

$$d) x^3 = \underline{\log_2 2^{x^3}}$$

$$x^3 = \underline{\log 10^{x^3}}$$

$$x^3 = \underline{\ln e^{x^3}}$$

$$\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$



PŘIROZENÝ LOGARITMUS

$$\ln x = \log_e x$$

$e \dots$ Eulerovo číslo $\approx 2,72$

DEKADICKÝ LOGARITMUS

$$\log x = \log_{10} x$$